

令和 3 年度一般選抜試験問題(後期)

数 学 (問 題)

注 意

- 1) 数学の問題冊子は7ページあり、問題はⅠ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳの4題である。
- 2) 別に解答用紙1枚があり、**解答はすべてこの解答用紙の指定欄に記入すること。**
指定欄以外への記入はすべて無効である。なお、指示のある場合は指定欄には答えのみを記入すること。計算や下書きは問題冊子の白紙・空白部分を利用して行うこと。
- 3) **解答用紙の所定欄に受験番号を記入しなさい。氏名を記入してはならない。**
なお、記入した受験番号が誤っている場合や無記入の場合は、**数学の試験が無効となる。**
また、※印の欄には何も記入してはならない。
- 4) 問題冊子は持ち帰ること。
- 5) 解答用紙を持ち出してはならない。
- 6) 試験終了時には、解答用紙を裏返しておくこと。解答用紙の回収後、監督者の指示に従い退出すること。

I (1)~(3)の の中にあてはまる、数、角度、整式、不等式、記号、語句、図などを指定欄に記入せよ。(なお本設問は、指定欄には答えだけを記入すること。)

(1) 次の式を因数分解せよ。

$$(x^2 - 15x - 2)(x^2 + 15x - 2) - 5x^2 + 2021 = \boxed{\text{ア}}$$

(2) 半径4の円Cの円周上の点Hから接線を引き、その接線上にAH = 7となる点Aをとる。ここで点Aを通る直線が、円Cと2点PとBで交わり、線分AP上にBがあるとする。 $\angle BPH = \frac{\pi}{4}$ のとき、以下の値を求めよ。

$$BH = \boxed{\text{イ}}, AB = \boxed{\text{ウ}}, AP = \boxed{\text{エ}}。$$

$\triangle ABH$ の面積は **オ** であり、 $\triangle APH$ の面積は **カ** である。

(3) 20人の学生が2回の試験を受験した。1回目の試験は10点満点で、2回目の試験は20点満点である。これらの試験得点に対し、1回目の試験得点を4倍、2回目の試験得点を3倍に換算した試験得点を計算し、これらの得点の合計から100点満点の総合得点を算出した。下の表は、元の試験得点、換算した試験得点、総合得点から計算された数値をまとめたものである。表には、それぞれの得点から計算された、平均値、中央値、分散、標準偏差と、1回目の試験得点と2回目の試験得点から計算された共分散と相関係数を記入する欄がある。

下の表中の **キ** ~ **タ** に入る数値を求めよ。なお、表に示された数値だけでは求められない場合は、数値ではなく×を記入すること。

注意：表の一部の数値は()として、意図的に記入していない。

	元の試験得点		換算した試験得点		総合得点
	1回目	2回目	1回目	2回目	
平均値	6	11	ケ	33	セ
中央値	6.5	11.5	26	コ	ソ
分散	9	25	サ	()	タ
標準偏差	キ	()	()	シ	()
共分散	13.5		()		
相関係数	ク		ス		

II x を実数とし, $f(x) = \cos(\sin x)$, $g(x) = \sin(\cos x)$ と定める。以下の設問に答えよ。

(1) $\cos A - \sin B = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{A+B}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{A-B}{2}\right)$ が成り立つことを示せ。

(2) $\cos(\sin x) > \sin(\cos x)$ が成り立つことを証明せよ。

(3) $y = f(x)$ と $y = g(x)$ の増減と周期を調べ, 大小関係がわかるようにグラフを描け。ただし, 変曲点を調べる必要はない。

Ⅲ 数列 $\{a_n\}$ を次のように定めるとき、以下の設問に答えよ。

$$a_1 = 1, a_{n+1} = 4a_n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) a_1, a_2, a_3 を求め、2進法で表せ。(答えだけを指定欄に記入すること。)

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) a_n は、初項1の等比数列 $\{b_n\}$ を用いて $a_n = \sum_{k=1}^m b_k$ と表すことができる。
 $\{b_n\}$ の一般項を求め、 m を n を用いて表せ。

(4) a_n を2進法で表したときの桁数と0の個数を、どちらも n を用いて表せ。

IV 座標空間内に、4点 $A(2, 0, 2)$, $B(-1, 1, 0)$, $C(-1, -1, 0)$, $D(0, 0, 2)$ を頂点とする四面体 $ABCD$ がある。実数 t (ただし, $0 < t < 1$) を用いて、線分 AB と線分 AC を $t:1-t$ に内分する点を、それぞれ P , Q とおく。 P , Q を通り、 xy 平面に垂直な平面を α とし、四面体 $ABCD$ を α で切ったときの断面(切り口)の面積を $f(t)$ とする。以下の設問に答えよ。

- (1) $f(t)$ の最大値 S と、そのときの t を求めよ。

- (2) (1) のとき、 α が四面体 $ABCD$ を切った2つの立体のうち、頂点 A を含む方の立体の体積 V を求めよ。

令和3年度一般選抜試験問題(後期) 数学 訂正

1 ページ 問題 I

(2)

誤 半径4の円Cの円周上の点Hから接線を引き, ...

↓

正 半径4の円Cの円周上の点Hにおける接線を引き, ...

5 ページ 問題 III

(3)

ただし, 数列 $\{b_n\}$ の公比は1よりも大きい整数とする。

(下線部を問題文に追加)