医学部

令和7年度一般選抜試験問題(前期)

数　学(問　題)

注　意

1) 数学の問題冊子は7ページあり，問題はⅠ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳの4題である。

2) 別に解答用紙1枚があり，**解答はすべてこの解答用紙に記入すること。なお，答えの導出過程は指定された枠内に簡潔に記入した上で，各設問の答えは指定欄に記入すること。指定された枠外への記入はすべて無効である。**計算や下書きは問題冊子の白紙・空白部分を利用して行うこと。

3) **解答用紙の所定欄に次のとおり受験番号を記入しなさい。氏名を記入してはならない。**

- **一般選抜試験のみを志願する受験者は一般の欄に受験番号を記入する。**
- **併用試験のみを志願する受験者は併用の欄に受験番号を記入する。**
- **地域枠選抜試験のみを志願する受験者は地域の欄に受験番号を記入する。**
- **一般選抜試験と併用試験の両方を志願する受験者は一般と併用の両方の欄にそれぞれの受験番号を記入する。**
- **一般選抜試験と地域枠選抜試験の両方を志願する受験者は一般と地域の両方の欄にそれぞれの受験番号を記入する。**
- **併用試験と地域枠選抜試験の両方を志願する受験者は併用と地域の両方の欄にそれぞれの受験番号を記入する。**
- **一般選抜試験と併用試験と地域枠選抜試験を志願する受験者は一般と併用と地域の欄にそれぞれの受験番号を記入する。**

なお，記入した受験番号が誤っている場合や無記入の場合は，数学の試験が無効となる。また，※印の欄には何も記入してはならない。

4) 問題冊子は持ち帰ること。

5) 解答用紙を持ち出してはならない。

6) 試験終了時には，解答用紙を裏返しておくこと。解答用紙の回収後，監督者の指示に従い退出すること。

Ⅰ　以下の設問に答えよ。

(1)　a は 0 でない定数とする。座標平面上に原点 O と点 A(2, 0) をとり，線分 OA を直径とする円を C とする。また原点 O を焦点，直線 $x = \dfrac{a}{2}$ を準線とする放物線を D とする。C と D をそれぞれ極方程式で表せ。

(2)　k を定数とし，$0 < x < 2\pi$ の範囲において，2つの関数 $f(x) = 2\cos x$, $g(x) = \dfrac{k}{2(1-\cos x)}$ を定める。$y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフの共有点の個数を求めよ。

Ⅱ　m と n を $m < n$ を満たす自然数とする。以下の設問に答えよ。

(1)　$2024 = n^2 - m^2$ を満たす m, n の組は何通りあるか求めよ。

(2)　$2025 = n^2 - m^2$ を満たす m, n の組は何通りあるか求めよ。

(3)　2025 を m から n までの連続する自然数の和で表すことができる m, n の組は何通りあるか求めよ。

Ⅲ　n を自然数とし，m を３以上の整数とする。１，２，…，m の m 個の数字の中から一つの数字を無作為に表示するルーレットがあり，このルーレットに表示される数字を用いてゲームの勝敗を次のように決める。

(i)　表示された数字が１であれば勝ちとしてゲームを終了する。

(ii)　表示された数字が，１回前に表示された数字と同じであれば負けとしてゲームを終了する。（注意：１回目に負けることはない。）

(iii)　ゲームの勝敗が決まらなかった場合は引き分けとし，再度ルーレットをまわして新たな数字を表示させる。

ちょうど n 回目に表示された数字によって，ゲームに勝つ確率を a_n，ゲームに負ける確率を b_n，引き分けとなる確率を c_n とする。以下の設問に答えよ。

(1)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(a_k - b_k)$ を m を用いて表せ。

(2)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(a_k + b_k)$ を c_n を用いて表せ。

(3)　c_n を m を用いて表せ。

(4)　$\dfrac{\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k}{\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} b_k}$ を m を用いて表せ。

Ⅳ　xyz 空間において，$x^2+y^2 \leqq 1$ かつ $0 \leqq z \leqq 4x^3-3x+1$ を満たす領域を S とする。この領域 S のうち $\dfrac{1}{2} \leqq x$ を満たす部分を T，$x \leqq \dfrac{1}{2}$ を満たす部分を U とする。また，T の体積を V とする。以下の設問に答えよ。

(1)　$\cos 3\theta$ を $\cos\theta$ を用いて表せ。(答えだけで良い)

(2)　V を求めよ。

(3)　U の体積を V を用いて表せ。

(4)　T を，z 軸の周りに反時計回りに 120° 回転させた立体のうち，S に含まれる部分の体積を V を用いて表せ。

出典

数学 I： 関西医科大学 2024年度 前期 医学部 III を改変して出題