

令和5年度一般選抜試験問題(後期)

数 学 (問 題)

注 意

- 1) 数学の問題冊子は7ページあり、問題はⅠ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳの4題である。
- 2) 別に解答用紙1枚があり、解答はすべてこの解答用紙の指定欄に、各問題の指示に従って記入すること。指定欄以外への記入はすべて無効である。計算や下書きは問題冊子の白紙・空白部分を利用して行うこと。
- 3) 解答用紙の所定欄に受験番号を記入しなさい。氏名を記入してはならない。
なお、記入した受験番号が誤っている場合や無記入の場合は、数学の試験が無効となる。
また、※印の欄には何も記入してはならない。
- 4) 問題冊子は持ち帰ること。
- 5) 解答用紙を持ち出してはならない。
- 6) 試験終了時には、解答用紙を裏返しておくこと。解答用紙の回収後、監督者の指示に従い退出すること。

I 青玉が4個，赤玉が4個，白玉が1個，黒玉が1個入っている袋がある。Aさんは袋から玉を1つ無作為に取り出し，その玉の色をある装置に入力する。この装置は入力された色の情報を離れた場所のBさんに伝達する。この装置の内部では，下の表に示すように4つの色の情報をそれぞれコードと呼ばれる0か1で表された2桁の数値に変換して伝達している。装置がこのコードを伝達するときには，0か1かのどちらかの数値を上位の桁から順に伝達するが，数値を1つ伝達するたびに一定の確率(20%)で，0を1や1を0のように間違えて伝達してしまうとき，以下の確率を求めよ。

なお，各設問の答えは解答用紙の指定欄に百分率(%)で表し，必要があれば小数第1位を四捨五入して答えよ。左の枠内には答えの導出過程を簡潔に記入すること。

| 色 | コード |
|---|-----|
| 青 | 00 |
| 赤 | 01 |
| 白 | 10 |
| 黒 | 11 |

- (1) 「青」と入力された色の情報が正しく「青」と伝達される確率
- (2) 「赤」と入力された色の情報が間違えて「白」と伝達される確率
- (3) Bさんに伝達された色の情報が「黒」である確率
- (4) Bさんに伝達された色の情報が「黒」であるときに，Aさんが取り出したのが黒玉である条件付き確率

Ⅱ 2つの関数を $f(x) = x^2(x+1)^2(x-1)^2$, $g(x) = x^2+1$ とおく。 $f(x)$ を $g(x)$ で割ったときの商を Q , 余りを R とすると、以下の設問に答えよ。

(1) $0 \leq x \leq 1$ における $y = f(x)$ の値域を求めよ。

(2) Q と R を求めよ。

(3) $\int_0^1 \frac{R}{g(x)} dx$ を求めよ。

(4) 円周率が ≤ 3.2 より小さいことを証明せよ。

Ⅲ 座標空間上の $0 < x$, $0 < y$, $0 < z$ の領域を H とする。 H 内の点 $P(x_p, y_p, z_p)$ に対して, $0 \leq x \leq x_p$ かつ $0 \leq y \leq y_p$ かつ $0 \leq z \leq z_p$ を満たす領域を $R(P)$ と表す。 H 内に 4 点 $P_k (k = 1, 2, 3, 4)$ をとり, その座標を実数 t を用いて, $P_k(kt, kt, 2(73-15kt))$ とそれぞれ定める。これらの点 P_k に対してそれぞれ領域 $R(P_k)$ を定め, これら 4 つの領域 $R(P_k)$ の和集合で表される立体を T とする。 T の表面積を S とするとき, 以下の設問に答えよ。

(1) t の値の範囲を求めよ。

(2) P_1, P_2, P_3, P_4 の 4 点は同一直線上にあることを示せ。

(3) S を t を用いて表せ。

(4) S が最大値をとるときの t の値と P_1 の z 座標の値を求めよ。

IV t を実数とする。空間の4点 $A(1, 5, 0)$, $B(4, 2, 0)$, $C(t, 2t, t-1)$, $D(1, 6, 1)$ について、以下の設問に答えよ。

なお各設問の答えは解答用紙の指定欄に記入し、上の枠内には答えの導出過程を簡潔に記入すること。

- (1) $\triangle ABC$ が直角三角形になる t の値をすべて求めよ。

- (2) A, B, C, D が同一平面上にあるような t の値を求めよ。

- (3) $\angle BAC$ が直角のとき、四面体 $ABCD$ の体積を求めよ。

出典

数学 IV 熊本大学 2018 年度 前期 医学部 問題 1 を、改変なく出題