

令和5年度一般選抜試験問題(前期)

数 学 (問 題)

注 意

- 1) 数学の問題冊子は7ページあり、問題はⅠ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳの4題である。
- 2) 別に解答用紙1枚があり、**解答はすべてこの解答用紙の指定欄に、各問題の指示に従って記入すること。**指定欄以外への記入はすべて無効である。計算や下書きは問題冊子の白紙・空白部分を利用して行うこと。
- 3) **解答用紙の所定欄に次のとおり受験番号を記入しなさい。氏名を記入してはならない。**
 - ・ 一般選抜試験のみを志願する受験者は一般の欄に受験番号を記入する。
 - ・ 併用試験のみを志願する受験者は併用の欄に受験番号を記入する。
 - ・ 一般選抜試験と併用試験の両方を志願する受験者は一般と併用の両方の欄にそれぞれの受験番号を記入する。なお、記入した受験番号が誤っている場合や無記入の場合は、数学の試験が無効となる。
また、※印の欄には何も記入してはならない。
- 4) 問題冊子は持ち帰ること。
- 5) 解答用紙を持ち出してはならない。
- 6) 試験終了時には、解答用紙を裏返しておくこと。解答用紙の回収後、監督者の指示に従い退出すること。

I 以下の設問に答えよ。各設問の答えは解答用紙の指定欄に記入し、上の枠内には
答えの導出過程を簡潔に記入すること。

(1) $(a + 1)(a - 1)(b + 1)(b - 1) - 4ab$ を因数分解せよ。

(2) $(a + 1)(a - 1)(b + 1)(b - 1) = 4ab$ を満たす整数 a, b の組で、 $a < b$
の条件を満たすものは 組あり、そのなかで a, b のどちらも正の整数
となる組 (a, b) は である。

II 初項 $a_1 = 2$ の等差数列 $\{a_n\}$ と初項 $b_1 = 0$ の等差数列 $\{b_n\}$ があり, ある自然数 k に対して $a_{k+1} = b_{k+1}$ と $a_{2k+1} = 0$ がどちらも成立している。これらの数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ を用いて, 数列 $\{c_n\}$ を $c_1 = 1$, $c_{n+1} = \frac{a_{n+1}}{b_{n+1}} \cdot c_n$ (ただし, n は自然数) と定めるとき, 以下の設問に答えよ。

なお各設問の答えは解答用紙の指定欄に記入し, 上の枠内には答えの導出過程を簡潔に記入すること。

(1) a_2 を k を用いて表し, a_{k+1} の値を求めよ。

(2) b_2 を k を用いて表し, b_{2k+1} の値を求めよ。

(3) c_k を k を用いて表し, c_{2k} の値を求めよ。

(4) c_n が最大値をとるときの n を, k を用いて表せ。

(5) $\sum_{r=1}^{2k} c_r$ を, k を用いて表せ。

Ⅲ 1 辺の長さが 2 の正三角形とその内接円の接点を A, B, C とする。点 P が内接円の円周上にあるとき、以下の設問に答えよ。

なお各設問の答えは解答用紙の指定欄に記入し、左の枠内には答えの導出過程を簡潔に記入すること。

(1) 内接円の中心を O とするとき、線分 OA の長さを求めよ。

(2) $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PA}$ の値を求めよ。

(3) $|\overrightarrow{PA}|^2 + |\overrightarrow{PB}|^2 + |\overrightarrow{PC}|^2$ の値を求めよ。

(4) 点 P が円周上を動くとき、 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ の最大値および最小値を求めよ。

IV xy 平面において、2点 $A(3, 0)$, $B(-3, 0)$ からの距離の積が 12 に等しい点 P の軌跡を C とする。

次の問題①、問題②からいずれか一方のみを選択し、以下の設問に答えよ。なお、解答用紙の選択欄には選択した問題の番号(①または②)を記入すること。

問題①

- (1) C は x 軸および y 軸に関して対称であることを示せ。
- (2) C と x 軸、 C と y 軸との交点の座標をそれぞれ求めよ。
- (3) 点 P の y 座標のとりうる値の範囲を求めよ。
- (4) C で囲まれた図形を、 y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

問題②

- (1) C は x 軸および y 軸に関して対称であることを示せ。
- (2) C と x 軸との交点の座標を求めよ。
- (3) $f(x) = \log(x + \sqrt{x^2 + 4})$ とするとき、 $f'(x)$ を求めよ。
また、不定積分 $\int 2\sqrt{x^2 + 4} dx$ を求めよ。
- (4) C で囲まれた図形を、 x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

出典

数学 III 徳島大学 2017 年度 前期 理工学部・医学部(保) 第 1 問